

Aufgabe 11.61

Gegeben seien die Interpolationsknoten

$$(-3, -40), (0, -4), (1, -8), (3, -40), (6, -148).$$

Berechnen Sie das Interpolationspolynom von Newton! Wie ändert sich das Ergebnis, wenn nachträglich noch der Punkt $(-1, 104)$ berücksichtigt werden soll?

Lösung:

x_i	y_i	1. St.	2. St.	3. St.	4. St.	5. St.
-3	-40	12				
0	-4	-4	-4	0		
1	-8	-16	-4	0	0	1
3	-40	-36	-4	-2	2	
6	-148	-36	0			
-1	104					

fett:
Ergänzung durch nachträglichen Punkt

$$P_4(x) = -40 + 12(x+3) - 4(x+3)x = -40 + 12x - 36 - 4x^2 - 12x = -4x^2 - 4$$

$$P_5(x) = -4x^2 - 4 + \underbrace{(x+3)x(x-1)(x-3)(x-6)}_{= 0 \text{ für die bisherigen Knoten}} \quad \text{oszilliert sehr stark}$$

$$P_5(x) = P_4(x) \text{ für } x = -3, 0, 1, 3, 6, \quad P_5(-1) = -4 - 4 + 2(-1)(-2)(-4)(-7) = 104$$