

Aufgabe 11.60

Gegeben seien die Interpolationsknoten

$$(0, -4), (1, -8), (3, -40), (6, -148).$$

Berechnen Sie das Interpolationspolynom von Newton! Wie ändert sich das Ergebnis, wenn nachträglich noch der Punkt $(-1, 104)$ berücksichtigt werden soll?

Lösung:

| x_i | y_i | 1. St. | 2. St. | 3. St. | 4. St. | |
|-----------|------------|--------|----------|-----------|----------|-----------------------------------------|
| 0 | -4 | -4 | | | | |
| 1 | -8 | -16 | -4 | | | |
| 3 | -40 | -36 | -4 | 0 | | |
| 6 | -148 | -36 | 0 | -2 | 2 | fett: |
| -1 | 104 | | | | | Ergänzung durch nachträglichen Punkt |

$$P_3(x) = -4 - 4x - 4x(x-1) = -4 - 4x - 4x^2 + 4x = -4x^2 - 4$$

$$P_4(x) = -4x^2 - 4 + \underbrace{2x(x-1)(x-3)(x-6)}_{= 0 \text{ für die bisherigen Knoten}} \quad \text{oszilliert sehr stark}$$

$$P_4(x) = P_3(x) \text{ für } x = 0, 1, 3, 6, \quad P_4(-1) = -4 - 4 + 2(-1)(-2)(-4)(-7) = 104$$