

Aufgabe 11.43

Sei $f(x) = x^2 + 24x + 128$ und $g(x) = 3x + 2$. Ermitteln Sie die Funktionen $(f \circ g)(x)$ und $(g \circ f)(x)$ sowie die Definitions- und Wertebereiche von f , g , $f \circ g$ und $g \circ f$!

Lösung:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = (3x+2)^2 + 24(3x+2) + 128 = 9x^2 + 12x + 4 + 72x + 48 + 128 = 9x^2 + 84x + 180$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = 3(x^2 + 24x + 128) + 2 = 3x^2 + 72x + 386$$

$$f(x) = x^2 + 24x + 128 = (x+12)^2 - 144 + 128 = (x+12)^2 - 16, \quad \text{DB}(f) = \mathbb{R}, \quad \text{WB}(f) = [-16, \infty)$$

$$g(x) = 2x + 3 : \quad \text{DB}(g) = \text{WB}(g) = \mathbb{R}$$

$$(f \circ g)(x) = 9x^2 + 84x + 128 = 9 \left(x^2 + \frac{28}{3}x \right) + 128 = 9 \left(x + \frac{14}{3} \right)^2 - 9 \cdot \frac{14^2}{3^2} + 180 = 9 \left(x + \frac{14}{3} \right)^2 - 16,$$

$$\text{DB}(f \circ g) = \mathbb{R}, \quad \text{WB}(f \circ g) = [-16, \infty)$$

$$\text{oder: } \mathbb{R} \xrightarrow{g} \mathbb{R} \xrightarrow{f} [-16, \infty)$$

$$(g \circ f)(x) = 3x^2 + 72x + 386 = 3(x^2 + 24x) + 386 = 3(x+12)^2 - 3 \cdot 12^2 + 386 = 3(x+12)^2 - 46,$$

$$\text{DB}(g \circ f) = \mathbb{R}, \quad \text{WB}(g \circ f) = [-46, \infty)$$

$$\text{oder: } \mathbb{R} \xrightarrow{f} [-16, \infty) \xrightarrow{g} [-46, \infty)$$

$$3 \cdot (-16) + 2 = -46$$