

### Aufgabe 11.41

Sei  $f(x) = 4x^2 - 4x + 4$  und  $g(x) = x - 2$ . Ermitteln Sie die Funktionen  $(f \circ g)(x)$  und  $(g \circ f)(x)$  sowie die Definitions- und Wertebereiche von  $f$ ,  $g$ ,  $f \circ g$  und  $g \circ f$  !

#### Lösung:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = 4(x-2)^2 - 4(x-2) + 4 = 4x^2 - 16x + 16 - 4x + 8 + 4 = 4x^2 - 20x + 28$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = (4x^2 - 4x + 4) - 2 = 4x^2 - 4x + 2,$$

$$f(x) = 4x^2 - 4x + 4 = 4(x^2 - x + 1) = 4 \left( \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + 1 \right) = 4 \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 3,$$

$$\text{DB}(f) = \mathbb{R}, \text{WB}(f) = [3, \infty)$$

$$g(x) = x - 2: \quad \text{DB}(g) = \text{WB}(g) = \mathbb{R}$$

$$(f \circ g)(x) = 4x^2 - 20x + 28 = 4 \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - 25 + 28 = 4 \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + 3,$$

$$\text{DB}(f \circ g) = \mathbb{R}, \text{WB}(f \circ g) = [3, \infty)$$

$$\mathbb{R} \xrightarrow{g} \mathbb{R} \xrightarrow{f} [3, \infty)$$

$$(g \circ f)(x) = 4x^2 - 4x + 2 = 4 \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - 1 + 2 = 4 \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 1,$$

$$\text{DB}(g \circ f) = \mathbb{R}, \text{WB}(g \circ f) = [1, \infty)$$

$$\mathbb{R} \xrightarrow{f} [3, \infty) \xrightarrow{g} [1, \infty)$$

$3 - 2 = 1$