## Aufgabe 11.19

Lösen Sie die Gleichungen $\sin x = \sin 2x$ und $\cos x = \cos 2x$ !

## Lösung:

$\sin 2x = 2\sin x\cos x, \qquad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$$\sin x = \sin 2x = 2\sin x\cos x \quad \Longleftrightarrow \quad \sin x = 0 \quad \text{oder} \quad \cos x = \frac{1}{2}$$

$$\Longleftrightarrow \quad x = k\pi \quad \text{oder} \quad x = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi$$

$$\cos x = \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = \cos^2 x - (1-\cos^2 x) = 2\cos^2 x - 1$$

($\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$ sind auch bekannte Darstellungen der Formel für den doppelten Winkel.)

$$2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0,\ \cos^2 x - \frac{1}{2}\cos x - \frac{1}{2} = 0,\ (\cos x)_{1/2} = \frac{1}{4} \pm \sqrt{\frac{1}{16} + \frac{8}{16}} = \frac{1}{4} \pm \frac{3}{4} = \begin{cases} 1 \\ -1/2 \end{cases}$$

Also: $\cos x = \cos 2x \quad \Longleftrightarrow \quad x = 2k\pi \quad \text{oder} \quad x = \pi \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi = \pm\frac{\pi}{3} + (2k+1)\pi$