Aufgabe 11.9

Welche der folgenden über $\mathbb{R}$ definierten Funktionen sind periodisch, gerade bzw. ungerade:

a) $f(x) = (x+8)^2 + (x-8)^2$, b) $f(x) = (x+8)^2 - (x-8)^2$,
c) $f(x) = (x+8)^3 + (x-8)^3$, d) $f(x) = (x+8)^3 - (x-8)^3$,
e) $f(x) = \sin(x+8) + \sin(x-8)$, f) $f(x) = \sin(x+8) - \sin(x-8)$?

Lösung:

Die Funktionen bei a) bis d) sind offensichtlich nicht periodisch. Da der Sinus 2π–periodisch ist, gilt $\sin\big((x+2\pi)+8\big) = \sin(x+8)$ und $\sin\big((x+2\pi)-8\big) = \sin(x-8)$ und daher bei e) und f) $f(x+2\pi) = f(x)$, also Periodizität.

a) $f(-x) = (-x+8)^2 + (-x-8)^2 = (x-8)^2 + (x+8)^2 = f(x)$, also gerade

b) $f(-x) = (-x+8)^2 - (-x-8)^2 = (x-8)^2 - (x+8)^2 = -f(x)$, also ungerade

c) $f(-x) = (-x+8)^3 + (-x-8)^3 = -(x-8)^3 - (x+8)^3 = -f(x)$, also ungerade

d) $f(-x) = (-x+8)^3 - (-x-8)^3 = -(x-8)^3 + (x+8)^3 = -f(x)$, also gerade

e) $f(-x) = \sin(-x+8) + \sin(-x-8) = -\sin(x-8) - \sin(x+8) = -f(x)$, also ungerade

f) $f(-x) = \sin(-x+8) - \sin(-x-8) = -\sin(x-8) + \sin(x+8) = f(x)$, also gerade