

**Aufgabe 10.79**

Ein Darlehen zu 100 000 € wird mit einer Zinsfestschreibung von 5,5 % für 5 Jahre ausgereicht. Die Zinsen sind jährlich nachträglich zu entrichten. Gleichzeitig ist jeweils eine Tilgung von 3 % zuzüglich der durch die bisherige Tilgung ersparten Zinsen zu erbringen.

- Berechnen Sie mithilfe der Formeln der Rentenrechnung den Schuldsaldo am Ende der Zinsfestschreibungszeit!
- Stellen Sie den Zins- und Tilgungsplan auf!
- Wann ist das Darlehen vollständig getilgt, wenn die angegebenen Konditionen für die gesamte Laufzeit gewährt werden?

**Lösung:**

a) Annuität (jährliche Rate):  $8,5 \% \cdot 100\,000 \text{ €} = 8500 \text{ €}$

Endwert der Zahlungen des Schuldners nach 5 Jahren:

$$E_5^N = 8500 \text{ €} \frac{1,055^5 - 1}{1,055 - 1} = 47439,27 \text{ €}.$$

Wert des ausgereichten Darlehensbetrages nach 5 Jahren:

$$100\,000 \text{ €} \cdot 1,055^5 = 130\,696,00 \text{ €}.$$

$$\text{Schuldsaldo nach 5 Jahren: } 130\,696,00 \text{ €} - 47\,439,27 \text{ €} = 83\,256,73 \text{ €}.$$

| b) Jahr | Restschuld zu<br>Periodenbeginn | Zins    | Tilgung | Annuität | Restschuld zu<br>Periodenende |
|---------|---------------------------------|---------|---------|----------|-------------------------------|
| 1       | 100000,00                       | 5500,00 | 3000,00 | 8500,00  | 97000,00                      |
| 2       | 97000,00                        | 5335,00 | 3165,00 | 8500,00  | 93835,00                      |
| 3       | 93835,00                        | 5160,92 | 3339,08 | 8500,00  | 90495,92                      |
| 4       | 90495,92                        | 4977,28 | 3522,72 | 8500,00  | 86973,20                      |
| 5       | 86973,20                        | 4783,53 | 3716,47 | 8500,00  | 83256,73                      |

- c) Bei vollständiger Tilgung ist der Wert aller Zahlungen des Schuldners gleich dem aktuellen Wert des ausgereichten Darlehens, d.h.

$$8500 \text{ €} \frac{1,055^n - 1}{1,055 - 1} = 100\,000 \text{ €} \cdot 1,055^n.$$

$$\frac{8500}{100\,000} \frac{1}{0,055} (1,055^n - 1) = 1,055^n$$

$$\left( \frac{8500}{100\,000} \frac{1}{0,055} - 1 \right) 1,055^n = \frac{8500}{100\,000} \frac{1}{0,055}$$

$$1,055^n = \frac{1,5454546}{0,5454546} = 2,8333, \quad n = \frac{\lg 2,8333}{\lg 1,055} = 19,45$$

Nach 20 Jahren ist das Darlehen vollständig getilgt, dabei ist allerdings die letzte Rate kleiner als 8500 €.