

Aufgabe 10.78

Für ein Grundstück sind inklusive 3,48 % Maklercourtage 200 000 € zu zahlen. Der Betrag von 200 000 € soll durch ein jährlich mit 6 % zu verzinsendes und mit 1 % zuzüglich der durch die bisherige Tilgung ersparten Zinsen zu tilgendes Darlehen finanziert werden.

- Wie hoch ist der Grundstückspreis, wie hoch ist die Courtage?
- Wie hoch ist die Restschuld des Darlehens nach 4 Jahren, wenn Zins und Tilgung jährlich nachträglich in einer Jahresrate zu erbringen sind?
- Wie hoch ist die Restschuld des Darlehens nach 4 Jahren, wenn Zins und Tilgung quartalsweise nachträglich in einer Quartalsrate zu erbringen sind?
- Welche dieser beiden Darlehensbedingungen sind für den Darlehensnehmer effektiver?

Lösung:

a) Grundstückspreis: $\frac{1}{1.0348} 200000 \text{ €} = 193274.06 \text{ €}$,

Courtage: $\frac{0.0348}{1.0348} 200000 \text{ €} = 6725.94 \text{ €}$.

- b) Die gleichbleibende Jahresrate heißt Annuität. Sie wird zunächst für die Zinszahlung verwendet, mit dem verbleibenden Teil wird die Darlehensschuld gemindert (getilgt).

Annuität: $7\% * 200000 \text{ €} = 14000 \text{ €}$

Man kann alle Zahlungen und die Entwicklung der Schuld in einem Zahlungsplan (Zins- und Tilgungsplan) erfassen. Ein solcher würde dem Kreditnehmer auch von der Bank ausgehändigt.

Jahr	Restschuld zu Jahresbeginn	Zinsen	Tilgung	Annuität	Restschuld zu Jahresende
1	200000,00	12000,00	2000,00	14000,00	198000,00
2	198000,00	11880,00	2120,00	14000,00	195880,00
3	195880,00	11752,80	2247,20	14000,00	193632,80
4	193632,80	11617,97	2382,03	14000,00	<u>191250,77</u>

Man kann die Restschuld auch mit den Formeln der Rentenrechnung ermitteln. Bei den regelmäßigen Zahlungen des Schuldners in gleicher Höhe handelt es sich um eine nachschüssige Rente. Die Verzinsung beträgt 6 %, denn die Zahlungen bedienen und mindern ja eine zu 6 % verzinste Schuld. Ihr Endwert lautet also

$$E_n^N = r \frac{q^n - 1}{q - 1} = 14000 \cdot \frac{1,06^4 - 1}{1,06 - 1} = 61244,62.$$

Der Wert des ausgereichten Darlehensbetrages beträgt dagegen nach 4 Jahren $200000 \cdot 1,06^4 = 252495,39$.

Restschuld nach 4 Jahren = Wert der Leistungen des Darlehensgebers – Wert der Leistungen des Darlehensnehmers = $252495,39 - 61244,62 = \underline{\underline{191250,77}}$ (alles in €)

- c) Die Bedingungen kommen realen Darlehensbedingungen näher, in der Praxis wird meist eine feste Monatsrate vereinbart.

Quartalsrate: $\frac{1}{4} * 7\% * 200000 \text{ €} = 1.75\% * 200000 \text{ €} = 3500 \text{ €}$

Da die Aufstellung des Zahlungsplans jetzt aufwändiger ist, berechnen wir die Restschuld zunächst rechnerisch. Tatsächliche Zinsperiode ist nun das Quartal mit einer Verzinsung von

6 % : 4 = 1,5 % pro Quartal.

Restschuld nach 16 Quartalen = Wert des Darlehens nach 16 Quartalen – Wert der Leistungen des Schuldners nach 16 Quartalen (Endwert einer nachschüssigen Rente) =

$$200000 \cdot 1,015^{16} - 3500 \cdot \frac{1,015^{16} - 1}{1,015 - 1} = 253797,11 - 62763,29 = \underline{\underline{191033,82}} \text{ (alles in €)}$$

Die gleiche Restschuld ermittelt man mit dem Zins- und Tilgungsplan:

Jahr	Restschuld zu Quartalsbeginn	Zinsen	Tilgung	Quartalsrate	Restschuld zu Quartalsende
1	200000,00	3000,00	500,00	3500,00	199500,00
2	199500,00	2992,50	507,50	3500,00	198992,50
3	198992,50	2984,89	515,11	3500,00	198477,39
4	198477,39	2977,16	522,84	3500,00	197954,55
5	197954,55	2969,32	530,68	3500,00	197423,87
6	197423,87	2961,36	538,64	3500,00	196885,23
7	196885,23	2953,28	546,72	3500,00	196338,51
8	196338,51	2945,08	554,92	3500,00	195783,59
9	195783,59	2936,75	563,25	3500,00	195220,34
10	195220,34	2928,31	571,69	3500,00	194648,65
11	194648,65	2919,73	580,27	3500,00	194068,38
12	194068,38	2911,03	588,97	3500,00	193479,41
13	193479,41	2902,19	597,81	3500,00	192881,60
14	192881,60	2893,22	606,78	3500,00	192274,82
15	192274,82	2884,12	615,88	3500,00	191658,94
16	191658,94	2874,88	625,12	3500,00	<u>191033,82</u>

- d) Trotz der höheren Restschuld ist b) günstiger. Der unterjährig eingesparte Aufwand kann vom Darlehensnehmer bis zum Jahresende verzinst angelegt werden.

Rechnerisch kann dies durch Ermittlung des effektiven Jahreszinses dargestellt werden. Bei b) ist dieser gleich dem Nominalzins von 6 %. Bei c) ergibt sich hingegen für das Jahr ein Aufzinsungsfaktor von $1,015^4 = 1,0613636$, so dass der effektive Jahreszins 6,14 % beträgt.

Bei einer Monatsrate von 14000€/12 würde sich für das Jahr ein effektiver Aufzinsungsfaktor von $(1 + \frac{0,06}{12})^{12} = 1,0616778$ und damit ein effektiver Jahreszins von 6,17 % ergeben.

Die Restschuld nach 4 Jahren bei einer Monatsrate von 1166,67 € ergibt sich zu Wert des Darlehens nach 48 Monaten – Wert der Leistungen des Schuldners nach 48 Monaten (Endwert einer nachschüssigen Rente) =

$$200000 \cdot 1,005^{48} - 1166,67 \cdot \frac{1,005^{48} - 1}{1,005 - 1} = 254097,82 - 63114,31 = \underline{\underline{190983,51}} \text{ (alles in €)}.$$