

### Aufgabe 10.76

Für die Berechnung der Rendite eines Wertpapieres mit einem Verkaufskurs von  $C$  %, einer Restlaufzeit von  $n$  Jahren und einer jährlich nachträglich ausgezahlten Verzinsung von  $p$  % des Nominalwertes wird die Formel

$$Cq^n = pq^{n-1} + pq^{n-2} + \dots + pq + p + 100 = 100 + p \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

verwendet. Dabei ist die Rendite der fiktive Effektivzinssatz für den Kaufwert  $C$ , wobei unterstellt wird, dass die vor der Endfälligkeit des Wertpapieres ausgezahlten Zinsen zum Zinssatz der Rendite wiederangelegt werden können.  $q$  ist der zu der Rendite gehörende Aufzinsungsfaktor, d.h.  $q = 1 + \text{Rendite}$ .

Begründen Sie diese Formel!

### Lösung:

Gleichgesetzt wird der auf unterschiedliche Weise berechnete Wert in  $n$  Jahren. (Barwertvergleich)

**Linke Seite:** Anlage von  $C$ ;  $n$  Jahre aufgezinnt jeweils mit Faktor  $q$ .

**Rechte Seite:** erste Zinszahlung  $p$  nach 1 Jahr, dieser Betrag wird wiederangelegt und  $n-1$  Jahre aufgezinnt mit Faktor  $q$ ; zweite Zinszahlung  $p$  nach 2 Jahren, dieser Betrag wird wiederangelegt und  $n-2$  Jahre aufgezinnt mit Faktor  $q$ ; usw.; letzte Zinszahlung nach  $n$  Jahren bei gleichzeitiger Auszahlung des Nominalwertes 100.

Nach der Formel für die Partialsumme einer geometrischen Reihe (siehe z.B. Aufgabe 9.27) gilt

$p + pq + pq^2 + \dots + pq^{n-2} + pq^{n-1} = p \sum_{i=0}^{n-1} q^i = p \frac{q^n - 1}{q - 1}$ . Dabei handelt es sich um den **Endwert einer nachschüssigen Rente**.