

Aufgabe 10.76

Für die Berechnung der Rendite eines Wertpapieres mit einem Verkaufskurs von C %, einer Restlaufzeit von n Jahren und einer jährlich nachträglich ausgezahlten Verzinsung von p % des Nominalwertes wird die Formel

$$Cq^n = pq^{n-1} + pq^{n-2} + \dots + pq + p + 100 = 100 + p \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

verwendet. Dabei ist die Rendite der fiktive Effektivzinssatz für den Kaufwert C , wobei unterstellt wird, dass die vor der Endfälligkeit des Wertpapieres ausgezahlten Zinsen zum Zinssatz der Rendite wiederangelegt werden können. q ist der zu der Rendite gehörende Aufzinsungsfaktor, d.h. $q = 1 + \text{Rendite}$.

Begründen Sie diese Formel!

Lösung:

Gleichgesetzt wird der auf unterschiedliche Weise berechnete Wert in n Jahren. (Barwertvergleich)

Linke Seite: Anlage von C ; n Jahre aufgezinst jeweils mit Faktor q .

Rechte Seite: erste Zinszahlung p nach 1 Jahr, dieser Betrag wird wiederangelegt und $n-1$ Jahre aufgezinst mit Faktor q ; zweite Zinszahlung p nach 2 Jahren, dieser Betrag wird wiederangelegt und $n-2$ Jahre aufgezinst mit Faktor q ; usw.; letzte Zinszahlung nach n Jahren bei gleichzeitiger Auszahlung des Nominalwertes 100.

Nach der Formel für die Partialsumme einer geometrischen Reihe (siehe z.B. Aufgabe 9.27) gilt

$p + pq + pq^2 + \dots + pq^{n-2} + pq^{n-1} = p \sum_{i=0}^{n-1} q^i = p \frac{q^n - 1}{q - 1}$. Dabei handelt es sich um den **Endwert einer nachschüssigen Rente**.