

Aufgabe 10.48

Bei einem Ratenkauf sind für einen Artikel im Wert von 1000 € nach 6 und nach 12 Monaten jeweils 576.19 € zu zahlen. Ermitteln Sie den effektiven Jahreszins des Kredits

- durch Vergleich der sich mit einfacher Verzinsung ergebenden Barwerte zum Zeitpunkt der Zahlung der letzten Rate des Kredits,
- durch Vergleich der sich mit einfacher Verzinsung ergebenden Barwerte zum Kaufzeitpunkt,
- durch Vergleich der sich mit exponentieller Verzinsung ergebenden Barwerte!

Lösung:

- a) Um die Barwerte zum Zeitpunkt der Zahlung der letzten Rate zu ermitteln, muss die Leistung des Kreditgebers für 1 Jahr und die erste Rate für 1/2 Jahr aufgezinst werden. Gleichsetzen der Barwerte aller Zahlungen des Kreditgebers und des Kreditnehmers führt auf

$$1000(1+i) = 576.19 \left(1 + \frac{i}{2}\right) + 576.19$$

$$1000 + 1000i = 576.19 + 288.095i + 576.19$$

$$711.905i = 152.38$$

$$i = 0.21404 \approx \underline{\underline{21.40\%}}$$

- b) Hier müssen nun die Ratenzahlungen des Kreditnehmers auf den Zeitpunkt der Kreditvergabe abgezinst werden, das heißt die erste Rate um ein halbes und die zweite Rate um ein Jahr.

$$1000 = \frac{576.19}{1 + \frac{i}{2}} + \frac{576.19}{1+i}$$

$$1000 \left(1 + \frac{i}{2}\right) (1+i) = 576.19(1+i) + 576.19 \left(1 + \frac{i}{2}\right)$$

$$1000 \left(1 + \frac{3}{2}i + \frac{i^2}{2}\right) = 1152.38 + 864.285i$$

$$1000 + 1500i + 500i^2 = 1152.38 + 864.285i$$

$$500i^2 + 635.715i - 152.38 = 0$$

$$i^2 + \frac{635.715}{500}i - \frac{152.38}{500} = 0$$

$$i_{1/2} = -\frac{635.715}{1000} \pm \sqrt{\left(\frac{635.715}{1000}\right)^2 + \frac{152.38}{500}} = \begin{cases} 0.20624 \approx \underline{\underline{20.62\%}} \\ -1.47767 \text{ scheidet aus} \end{cases}$$

- c) Hier ist das Ergebnis unabhängig vom Bezugszeitpunkt. Mit $q = 1+i$ ergibt sich z.B. bezogen auf den Zeitpunkt der letzten Rate

$$1000q = 576.19q^{\frac{1}{2}} + 576.19$$

$$1000q - 576.19\sqrt{q} - 576.19 = 0$$

$$q - \frac{576.19}{1000}\sqrt{q} - \frac{576.19}{1000} = 0$$

$$\sqrt{q}_{1/2} = \frac{576.19}{2000} \pm \sqrt{\left(\frac{576.19}{1000}\right)^2 + \frac{576.19}{1000}} = \begin{cases} 1.10000 \Rightarrow q = 1.21 = 1+i, i = \underline{\underline{21\%}} \\ -0.52380 \text{ scheidet aus} \end{cases}$$