Aufgabe 10.36

In einem Kalenderjahr werden jeweils am Monatsende 300 € auf ein zu 2 % p.a. verzinstes Konto eingezahlt, bei dem innerhalb der Zinsperiode mit einfacher Verzinsung gerechnet wird. Welches Guthaben steht am Jahresende zur Verfügung?

Lösung:

Die erste Rate wird 11 Monate lang, die zweite Rate 10 Monate lang usw., die vorletzte Rat 1 Monat lang und die letzte Rate überhaupt nicht vor Jahresende verzinst. Insgesamt haben die Zahlungen einen Wert von

$$\underset{\substack{\uparrow\\ \text{Valuta}\\ \text{30.01.}}}{r\left(1+p\frac{11}{12}\right)}+\underset{\substack{\uparrow\\ \text{Valuta}\\ \text{30.02}}}{r\left(1+p\frac{10}{12}\right)}+\cdots+\underset{\substack{\uparrow\\ \text{Valuta}\\ \text{30.11.}}}{r\left(1+p\frac{1}{12}\right)}+\underset{\substack{\uparrow\\ \text{Valuta}\\ \text{30.12.}}}{r}=r\left(12+p\frac{11+10+\cdots+1}{12}\right)$$

$$=r\left(12+p\frac{\frac{11\cdot 12}{2}}{12}\right)=\underbrace{r\,(12+5{,}5\,p)}_{\text{Wert 30.12.}}$$

In der Rentenrechnung wird diese Größe für monatliche Zahlungen über das Jahr hinaus als **Jahresersatzrate** für nachschüssige Monatsraten bezeichnet.

konkret:

Monatsrate 300 €, Verzinsung 2 % p.a., Wert am Jahresende $300\text{€}\,(12+5{,}5\cdot 0{,}02)=3633\text{€}$