## Rolf Haftmann: Aufgabensammlung zur Höheren Mathematik mit ausführlichen Lösungen (Hinweise zu den Quellen für die Aufgaben)

## Aufgabe 9.29

Berechnen Sie a) 
$$\sum_{m=2}^{\infty} 2^{-2m} 3^m$$
 und b)  $\sum_{m=2}^{50} 2^{2m} 3^{-m}$ !

## Lösung:

a) Durch Anwendung der Formel für die geometrische Reihe ergibt sich

$$\sum_{m=2}^{\infty} 2^{-2m} 3^m = \sum_{m=2}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^m = \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^m - \left(\frac{3}{4}\right)^0 - \left(\frac{3}{4}\right)^1 = \frac{1}{1 - \frac{3}{4}} - 1 - \frac{3}{4} = 4 - \frac{7}{4} = \frac{9}{4}.$$

b) Berechnung nach der Formel für die Partialsumme der geometrischen Reihe

$$\sum_{m=0}^{k} q^m = \frac{q^{k+1} - 1}{q - 1}$$

Achtung: Summe muss dabei bei m = 0 anfangen. Wir erhalten

$$\sum_{m=2}^{50} 2^{2m} 3^{-m} = \sum_{m=2}^{50} \left(\frac{4}{3}\right)^m = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \sum_{m=0}^{48} \left(\frac{4}{3}\right)^m = \frac{16}{9} \frac{\left(\frac{4}{3}\right)^4 9 - 1}{\frac{4}{3} - 1} \approx 7063118,52.$$