Aufgabe 9.14

Berechnen Sie a) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{10^{100}\,n}{n^2+5}$ und b) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(2n^2+1)^5\,(4n^3+2)^3}{(2n+3)^8\,(n+4)^{11}}$!

Lösung:

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{10^{100}\,n}{n^2+5} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{10^{100}\,n}{n^2(1+\frac{5}{n})} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{10^{100}}{n\,(1+\frac{5}{n})} = 0$

(und seien die Folgenglieder für vorstellbare n noch so unvorstellbar groß)

b) $$\lim_{n\to\infty} \frac{(2n^2+1)^5\,(4n^3+2)^3}{(2n+3)^8\,(n+4)^{11}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left(n^2\left(2+\frac{1}{n^2}\right)\right)^5\left(n^3\left(4+\frac{2}{n^3}\right)\right)^3}{\left(n\,(2+\frac{3}{n})\right)^8\left(n\,(1+\frac{4}{n})\right)^{11}}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{n^{10}\left(2+\frac{1}{n^2}\right)^5 n^9\left(4+\frac{2}{n^3}\right)^3}{n^8\,(2+\frac{3}{n})^8\,n^{11}\,(1+\frac{4}{n})^{11}} = \frac{2^5\,4^3}{2^8} = \frac{2^5\,2^6}{2^8} = 2^3 = 8$$