Aufgabe 8.59

Überprüfen Sie mit dem Simplexalgorithmus, ob das Ungleichungssystem

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + x_3 &\le 4 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 &\ge 9 \\ x_1,\ x_2,\ x_3 &\ge 0 \end{aligned}$$

lösbar ist!

Hinweis: Versuchen Sie, mit der Hilfsaufgabe zum Simplexalgorithmus eine zulässige Basisdarstellung zu finden!

Lösung:

Version Gaußalgorithmus

(Literatur: Luderer, B. und Würker, U.: Einstieg in die Wirtschaftsmathematik. Vieweg+Teubner)

Normalform des Ungleichungssystems:

$$\boxed{\begin{array}{l} x_1 + 2x_2 + x_3 + \boldsymbol{u_1} = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - u_2 = 9 \\ x_1,\ x_2,\ x_3,\ u_1,\ u_2 \ge 0 \end{array}}$$

Hilfsaufgabe:

$$\boxed{\begin{array}{l} h = -v_2 \longrightarrow \max \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + \boldsymbol{u_1} = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - u_2 + \boldsymbol{v_2} = 9 \\ x_1,\ x_2,\ x_3,\ u_1,\ u_2,\ v_2 \ge 0 \end{array}}$$

BV	c_B	x_1 0	x_2 0	x_3 0	u_1 0	u_2 0	v_2 -1	x_B	θ
u_1	0	1	2	1	**1**	0	**0**	4	$\boxed{2}$
v_2	-1	2	3	1	**0**	-1	**1**	9	3
		2	$\boxed{-3}$	-1	**0**	1	**0**	-9	
x_2	0	$\frac{1}{2}$	**1**	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	**0**	2	$\boxed{4}$
v_2	-1	$\frac{1}{2}$	**0**	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	-1	**1**	3	6
		$\boxed{-\frac{1}{2}}$	**0**	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	1	**0**	-3	
x_1	0	**1**	2	1	1	0	**0**	4	
v_2	-1	**0**	-1	-1	-2	-1	**1**	1	
		0	1	1	2	1	**0**	-1	

Da alle Optimalitätsindikatoren nichtnegativ sind, ist damit das Maximimum der Hilfsaufgabe ererricht, es liegt bei $-v_2 = -1$. v_2 kann also nicht kleiner als 1 und damit nicht gleich 0 werden, so dass das Ausgangs-Ungleichungssystem unlösbar ist.