

Aufgabe 8.55

Bestimmen Sie mit dem Simplexverfahren die optimale Lösung und den optimalen Zielfunktionswert der Optimierungsaufgabe

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 &\longrightarrow \min \\ 2x_1 + x_2 + x_3 &\geq 30 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 &\leq 20 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \quad ! \end{aligned}$$

Lösung:

Version Gaußalgorithmus

(Literatur: Luderer, B. und Würker, U.: Einstieg in die Wirtschaftsmathematik. Vieweg+Teubner)

Normalform:

$$\begin{aligned} z' = -z = -x_1 - 2x_2 - 3x_3 &\longrightarrow \max \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - u_1 &= 30 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + u_2 &= 20 \\ x_1, x_2, x_3, u_1, u_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Hilfsaufgabe:

$$\begin{aligned} -v_1 &\longrightarrow \max \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - u_1 + v_1 &= 30 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + u_2 &= 20 \\ x_1, x_2, x_3, u_1, u_2, v_1 &\geq 0 \end{aligned}$$

BV	c_B	x_1	x_2	x_3	u_1	u_2	v_1	x_B	θ
		0	0	0	0	0	-1		
v_1	-1	2	1	1	-1	0	1	30	15
u_2	0	1	2	2	0	1	0	20	20
		-2	-1	-1	1	0	0	-30	
x_1	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	15	
u_2	0	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	5	
		0	0	0	0	0	1	0	

BV	c_B	x_1	x_2	x_3	u_1	u_2	x_B	θ
		-1	-2	-3	0	0		
x_1	-1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	15	
u_2	0	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	5	
		0	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-15	

Alle Optimalitätsindikatoren sind nichtnegativ, für die Nichtbasisvariablen positiv, somit ist das eindeutige Optimum $z^* = -z'^* = 15$ erreicht für $x_1^* = 15$, $x_2^* = x_3^* = 0$.