

Aufgabe 8.40

Ermitteln Sie für die Optimierungsaufgabe

$$\begin{aligned} -3x_1 + 5x_2 + x_3 &\rightarrow \max \\ x_1 + x_2 + x_3 &= 8 \\ 2x_1 + 5x_2 &\leq 10 \\ 3x_1 + 2x_2 &\leq 12 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

mit Hilfe des Simplexverfahrens die optimale Lösung und den optimalen Zielfunktionswert!

Lösung:

Version Gaußalgorithmus

(Literatur: Luderer, B. und Würker, U.: Einstieg in die Wirtschaftsmathematik. Vieweg+Teubner)

Durch die Einführung von Schlupfvariablen für die beiden Ungleichungen erhält man als

Normalform:

$$\begin{aligned} -3x_1 + 5x_2 + x_3 &\rightarrow \max \\ x_1 + x_2 + x_3 &= 8 \\ 2x_1 + 5x_2 + u_2 &= 10 \\ 3x_1 + 2x_2 + u_3 &= 12 \\ x_1, x_2, x_3, u_2, u_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

Simplexschema:

BV	c _B	x ₁	x ₂	x ₃	u ₂	u ₃	x _B	θ
x ₃	1	-3	5	1	0	0	8	8
u ₂	0	2	5	0	1	0	10	12
u ₃	0	3	2	0	0	1	12	6
		4	-4	0	0	0	8	
x ₃	1	$\frac{3}{5}$	0	1	$-\frac{1}{5}$	0	6	
x ₂	5	$\frac{2}{5}$	1	0	$\frac{1}{5}$	0	2	
u ₃	0	$\frac{11}{5}$	0	0	$-\frac{2}{5}$	1	8	
		$\frac{28}{5}$	0	0	$\frac{4}{5}$	0	16	

Da alle Optimalitätsindikatoren nichtnegativ sind, handelt es sich um das Optimum: $x_1^* = 0$, $x_2^* = 2$, $x_3^* = 6$, optimaler Zielfunktionswert: $z^* = 16$. Da die Optimalitätsindikatoren für die Nichtbasisvariablen positiv sind, ist das Optimum eindeutig.