Aufgabe 8.27

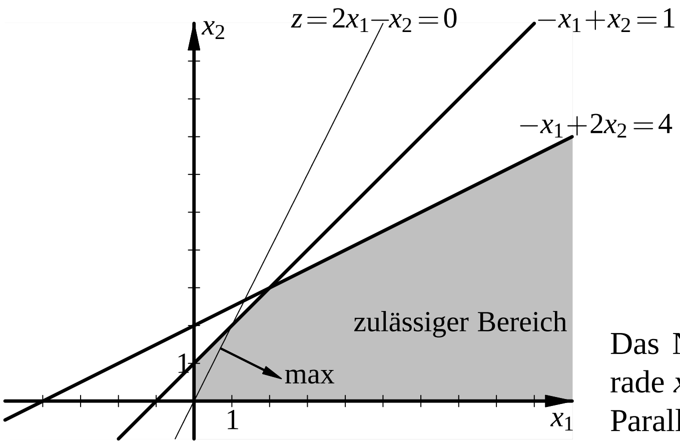
Lösen Sie die lineare Optimierungsaufgabe

$$\begin{array}{rcl} 2x_1 - \ \ x_2 & \longrightarrow & \max \\ -x_1 + 2x_2 & \leq & 4 \\ -x_1 + \ \ x_2 & \leq & 1 \\ x_1, \quad x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

auf zwei verschiedenen Wegen, und zwar
a) auf grafischem Wege und
b) mit dem Simplexverfahren!

Lösung:

a)



Die Gerade $-x_1+2x_2=4$ hat die Achsenschnittpunkte $(-4,0)$ und $(0,2)$, die Gerade $-x_1+x_2=1$ die Achsenschnittpunkte $(-1,0)$ und $(0,1)$. Die entsprechenden Ungleichungen sind jeweils in den Halbebenen rechts unterhalb davon einschließlich der Ränder erfüllt.

Das Nullniveau der Zielfunktion ist die Gerade $x_2=2x_1$, die Maximierung erfolgt durch Parallelverschiebung nach rechts unten. Dabei wird der zulässige Bereich nie verlassen, so dass die Zielfunktion über dem zulässigen Bereich unbeschränkt und die Optimierungsaufgabe unlösbar ist.

b) **Version Gaußalgorithmus**
(Lit.: Luderer, B. und Würker, U.: Einstieg in die Wirtschaftsmathematik. Vieweg+Teubner)

Normalform:

$$\boxed{\begin{array}{rcl} z=2x_1 - \ \ x_2 \qquad\qquad & \longrightarrow & \max \\ -x_1 + 2x_2 + \boldsymbol{u_1} \qquad & = & 4 \\ -x_1 + \ \ x_2 \qquad + \boldsymbol{u_2} & = & 1 \\ x_1, \quad x_2, \quad u_1, \quad u_2 & \geq & 0 \end{array}}$$

		x_1	x_2	u_1	u_2		
BV	c_B	2	-1	0	0	x_B	θ
u_1	0	-1	2	**1**	**0**	4	—
u_2	0	-1	1	**0**	**1**	1	—
		$\boxed{-2}$	1	**0**	**0**	0	

Die Matrixkoeffizienten für die in die Basis aufzunehmende Variable x_1 sind alle nichtpositiv, so dass die Zielfunktion unbeschränkt und die Optimierungsaufgabe unlösbar ist.