

Aufgabe 8.25

Ermitteln Sie für die lineare Optimierungsaufgabe

$$\begin{aligned} 3x_1 + 2x_2 - 1 &\rightarrow \max \\ 4x_1 + x_2 &\leq 30 \\ x_1 + 2x_2 &\leq 18 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

die optimale Lösung und den optimalen Zielfunktionswert mit dem Simplexalgorithmus!

Lösung:

Version Gaußalgorithmus

(Literatur: Luderer, B. und Würker, U.: Einstieg in die Wirtschaftsmathematik. Vieweg+Teubner)

Normalform:

$z' = z + 1 = 3x_1 + 2x_2$	$\rightarrow \max$
$4x_1 + x_2 + u_1$	$= 30$
$x_1 + 2x_2 + u_2$	$= 18$
x_1, x_2, u_1, u_2	≥ 0

BV	c_B	x_1	x_2	u_1	u_2	x_B	θ
u_1	0	4	1	1	0	30	$\frac{15}{2}$
u_2	0	1	2	0	1	18	18
		-3	-2	0	0	0	
x_1	3	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{15}{2}$	30
u_2	0	0	$\frac{7}{4}$	$-\frac{1}{4}$	1	$\frac{21}{2}$	6
		0	$-\frac{5}{4}$	$\frac{3}{4}$	0	$\frac{45}{2}$	
x_1	3	1	0	$\frac{2}{7}$	$-\frac{1}{7}$	6	
x_2	2	0	1	$-\frac{1}{7}$	$\frac{4}{7}$	6	
		0	0	$\frac{4}{7}$	$\frac{5}{7}$	30	

Alle Optimalitätsindikatoren sind nichtnegativ, für die Nichtbasisvariablen positiv. Damit liegt ein eindeutiges Maximum bei $x_1^* = x_2^* = 6$ mit $z^* = z'^* - 1 = 29$ vor.