

## Aufgabe 8.22

Ermitteln Sie für die Optimierungsaufgabe

$$\begin{aligned} 32x_1 + 48x_2 &\longrightarrow \max \\ 2x_1 + 4x_2 &\leq 80 \\ 21x_1 + 28x_2 &\leq 630 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

mit Hilfe des Simplexverfahrens die optimale Lösung und den optimalen Zielfunktionswert!

### Lösung:

#### Version Gaußalgorithmus

(Literatur: Luderer, B. und Würker, U.: Einstieg in die Wirtschaftsmathematik. Vieweg+Teubner)

Nach Division der Zielfunktion durch 16, der ersten Ungleichung durch 2 sowie der zweiten Ungleichung durch 7 erhält man durch Einführung von Schlupfvariablen für die beiden Ungleichungen als Normalform

$$\begin{aligned} z' = \frac{z}{16} = 2x_1 + 3x_2 &\longrightarrow \max \\ x_1 + 2x_2 + u_1 &= 40 \\ 3x_1 + 4x_2 + u_2 &= 90 \\ x_1, x_2, u_1, u_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Simplexschema:

BV	$c_B$	$x_1$	$x_2$	$u_1$	$u_2$	$x_B$	$\theta$
$u_1$	0	1	2	1	0	40	20
$u_2$	0	3	4	0	1	90	$\frac{90}{4}$
		-2	-3	0	0	0	
$x_2$	3	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	20	40
$u_2$	0	1	0	-2	1	10	10
		$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	0	60	
$x_2$	3	0	1	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	15	
$x_1$	2	1	0	-2	1	10	
		0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	65	

Da alle Optimalitätsindikatoren nichtnegativ sind, handelt es sich um das Optimum:  $x_1^* = 10$ ,  $x_2^* = 15$ , optimaler Zielfunktionswert:  $z^* = 16z'^* = 16 \cdot 65 = 1040$ . Da die Optimalitätsindikatoren für die Nichtbasisvariablen positiv sind, ist das Optimum eindeutig.