

### Aufgabe 8.22

Ermitteln Sie für die Optimierungsaufgabe

$$\begin{aligned} 32x_1 + 48x_2 &\longrightarrow \max \\ 2x_1 + 4x_2 &\leq 80 \\ 21x_1 + 28x_2 &\leq 630 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

mit Hilfe des Simplexverfahrens die optimale Lösung und den optimalen Zielfunktionswert!

**Lösung:**

#### Version Gaußalgorithmus

(Literatur: Luderer, B. und Würker, U.: Einstieg in die Wirtschaftsmathematik. Vieweg+Teubner)

Nach Division der Zielfunktion durch 16, der ersten Ungleichung durch 2 sowie der zweiten Ungleichung durch 7 erhält man durch Einführung von Schlupfvariablen für die beiden Ungleichungen als Normalform

$$\begin{aligned} z' = \frac{z}{16} = 2x_1 + 3x_2 &\longrightarrow \max \\ x_1 + 2x_2 + u_1 &= 40 \\ 3x_1 + 4x_2 + u_2 &= 90 \\ x_1, x_2, u_1, u_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Simplexschema:

BV	c <sub>B</sub>	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	u <sub>1</sub>	u <sub>2</sub>	x <sub>B</sub>	θ
u <sub>1</sub>	0	1	2	<b>1</b>	<b>0</b>	40	20
u <sub>2</sub>	0	3	4	<b>0</b>	<b>1</b>	90	90/4
		-2	-3	<b>0</b>	<b>0</b>	0	
x <sub>2</sub>	3	1/2	<b>1</b>	1/2	<b>0</b>	20	40
u <sub>2</sub>	0	1	<b>0</b>	-2	<b>1</b>	10	10
		-1/2	<b>0</b>	3/2	<b>0</b>	60	
x <sub>2</sub>	3	<b>0</b>	<b>1</b>	3/2	-1/2	15	
x <sub>1</sub>	2	<b>1</b>	<b>0</b>	-2	<b>1</b>	10	
		<b>0</b>	<b>0</b>	1/2	1/2	65	

Da alle Optimalitätsindikatoren nichtnegativ sind, handelt es sich um das Optimum:  $x_1^* = 10$ ,  $x_2^* = 15$ , optimaler Zielfunktionswert:  $z^* = 16z'^* = 16 \cdot 65 = 1040$ . Da die Optimalitätsindikatoren für die Nichtbasisvariablen positiv sind, ist das Optimum eindeutig.