

### Aufgabe 8.14

Lösen Sie die lineare Optimierungsaufgabe

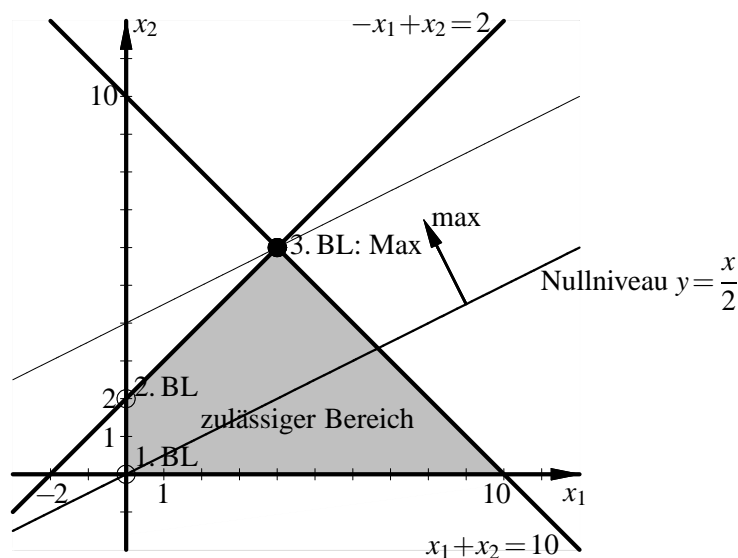
$$\begin{aligned} -x_1 + 2x_2 &\rightarrow \max \\ -x_1 + x_2 &\leq 2 \\ x_1 + x_2 &\leq 10 \\ x_1 \geq 0, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

- a) auf grafischem Wege **und**  
 b) mit dem Simplexverfahren!

Zeichnen Sie die bei dem Simplexalgorithmus durchlaufenen Basislösungen in das Bild der grafischen Lösung ein!

### Lösung:

a)



Maximierung erfolgt durch Parallelverschiebung des Zielfunktionsniveaus nach links oben. Der zulässige Bereich wird verlassen im Schnittpunkt der Geraden  $-x_1 + x_2 = 2$  und  $x_1 + x_2 = 10$ , das ist der Punkt  $(4, 6)$ . Also wird das Maximum für  $x_1 = 4$ ,  $x_2 = 6$  angenommen, der maximale Zielfunktionswert beträgt  $-4 + 2 \cdot 6 = 8$ .

### b) Version Gaußalgorithmus

(Lit.: Luderer, B. und Würker, U.: Einstieg in die Wirtschaftsmathematik. Vieweg+Teubner)

Normalform:	$-x_1 + 2x_2$	$\rightarrow \max$
	$-x_1 + x_2 + u_1$	$= 2$
	$x_1 + x_2 + u_2$	$= 10$
	$x_1, x_2, u_1, u_2$	$\geq 0$

BV	$c_B$	$x_1$	$x_2$	$u_1$	$u_2$	$x_B$	$\theta$
$u_1$	0	-1	1	<b>1</b>	<b>0</b>	2	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">2</span>
$u_2$	0	1	1	<b>0</b>	<b>1</b>	10	10
		1	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">-2</span>	<b>0</b>	<b>0</b>	0	
$x_2$	2	-1	<b>1</b>	1	<b>0</b>	2	—
$u_2$	0	2	<b>0</b>	-1	<b>1</b>	8	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">4</span>
		<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">-1</span>	<b>0</b>	2	<b>0</b>	4	
$x_2$	2	<b>0</b>	<b>1</b>	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	6	
$x_1$	-1	<b>1</b>	<b>0</b>	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	4	
		<b>0</b>	<b>0</b>	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	8	

1. Basislösung:

$$x_1 = 0, x_2 = 0, u_1 = 2, u_2 = 10$$

2. Basislösung:

$$x_1 = 0, x_2 = 2, u_1 = 0, u_2 = 8$$

3. Basislösung:

$$x_1 = 4, x_2 = 6, u_1 = 0, u_2 = 0$$

Alle Optimalitätsindikatoren sind nichtnegativ, die für die Nichtbasisvariablen positiv. Also liegt bei  $x_1 = 4, x_2 = 6$  das eindeutige Maximum, der maximale Zielfunktionswert ist 8.