

Aufgabe 7.123

Bestimmen Sie mithilfe des Spatproduktes den Parameter d so, dass die Punkte $A(1, 1, 2)$, $B(5, 5, 2)$, $C(0, 2, -1)$ und $D(1, 0, d)$ in einer Ebene liegen!

Lösung:

Die 4 Punkte liegen genau dann in einer Ebene, wenn das Volumen des von \vec{AB} , \vec{AC} und \vec{AD} aufgespannten Spates gleich 0 ist.

$$\left(\vec{AB} \ \vec{AC} \ \vec{AD}\right) = \left(\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} \ \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} \ \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ d-2 \end{pmatrix}\right) = \begin{vmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 4 & 1 & -1 \\ 0 & -3 & d-2 \end{vmatrix} = 8(d-2) - 12 = 0$$

Also muss $d - 2 = \frac{3}{2}$ und damit $d = \frac{7}{2}$ sein.