

Aufgabe 7.120

Beweisen Sie, dass die Vektoren \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} genau dann in dieser Reihenfolge ein Rechtssystem bilden, wenn ihr Spatprodukt $(\vec{a}\vec{b}\vec{c})$ positiv ist!

Lösung:

Die Vektoren \vec{a} , \vec{b} und $\vec{a} \times \vec{b}$ bilden in dieser Reihenfolge ein Rechtssystem. Folglich bilden die Vektoren \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} genau dann in dieser Reihenfolge ein Rechtssystem, wenn $\vec{a} \times \vec{b}$ und \vec{c} bezüglich der von den Vektoren \vec{a} und \vec{b} aufgespannten Ebene in denselben Halbraum zeigen. Dies ist wiederum genau dann der Fall, wenn der Winkel φ zwischen $\vec{a} \times \vec{b}$ und \vec{c} kleiner ist als 90° . Letzteres ist äquivalent zu $(\vec{a}\vec{b}\vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = \|\vec{a} \times \vec{b}\| \|\vec{c}\| \cos \varphi > 0$, w.z.b.w.