Rolf Haftmann: Aufgabensammlung zur Höheren Mathematik mit ausführlichen Lösungen (Hinweise zu den Quellen für die Aufgaben)

Aufgabe 7.119

Berechnen Sie das Volumen des von den Vektoren
$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 20 \\ -10 \\ 20 \end{pmatrix}$$
, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 40 \\ 10 \\ -20 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 30 \\ 10 \\ 20 \end{pmatrix}$ (Längeneinheit jeweils cm) aufgespannten Parallelepipeds in Litern!

Lösung:

$$V = \left| (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} \right| = \left| \begin{pmatrix} 20 \\ -10 \\ 20 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 40 \\ 10 \\ -20 \end{pmatrix} \right| \cdot \begin{pmatrix} 30 \\ 10 \\ 20 \end{pmatrix} \right| \operatorname{cm}^{3} = \left| \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 20 & -10 & 20 \\ 40 & 10 & -20 \end{vmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 30 \\ 10 \\ 20 \end{pmatrix} \right| \operatorname{cm}^{3} = \left| \begin{pmatrix} 0 \\ 1200 \\ 600 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 30 \\ 10 \\ 20 \end{pmatrix} \right| \operatorname{cm}^{3} = 24 \operatorname{doo} \left(\frac{\operatorname{dm}}{10} \right)^{3} = 24 \operatorname{dm}^{3} = 24 \ell$$