Aufgabe 7.93

Bestimmen Sie, sofern sie existiert, die Gleichung der Ebene, die zur Ebene $5y-12z=0$ senkrecht ist und die

a) die Ebene $5y-12z=0$ in der y-Achse schneidet,
b) die Ebene $5y-12z=0$ in der x-Achse schneidet!

Lösung:

a) Die y-Achse wird durch $x=z=0$ beschrieben. Da y dabei beliebig sein kann, ist sie nicht in der Ebene $5y-12z=0$ enthalten und die Aufgabe damit unlösbar.

b) Die x-Achse wird durch $y=z=0$ beschrieben, sie ist in der Ebene $5y-12z=0$ enthalten, so dass die Aufgabe lösbar ist.

Da die gesuchte Ebene orthogonal zur Ebene $5y-12z=0$ sein soll, muss ihr Stellungsvektor orthogonal zum Stellungsvektor $\begin{pmatrix}0\\5\\-12\end{pmatrix}$ dieser Ebene sein. Ferner muss er orthogonal zum Richtungsvektor $\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ der in ihr enthaltenen x-Achse sein. Damit ergibt sich als Stellungsvektor der gesuchten Ebene $\begin{pmatrix}0\\5\\-12\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\0&5&-12\\1&0&0\end{vmatrix}=\begin{pmatrix}0\\-12\\-5\end{pmatrix}\mathrel{\widehat{=}}\begin{pmatrix}0\\12\\5\end{pmatrix}$.

Da die gesuchte Ebene die x-Achse enthält, enthält sie auch z.B. den Koordinatenursprung, ihre Gleichung lautet somit $\begin{pmatrix}0\\12\\5\end{pmatrix}\left(\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}\right)=0$, also $12y+5z=0$.