

Aufgabe 7.62

Ermitteln Sie die Schnittgerade der Ebenen $x - 2y + 3z = 4$ und $3x + y - 5z = 5$ (vgl. Aufgaben 7.97 und 6.101c)) unter Anwendung des Kreuzproduktes!

Lösung:

Das Kreuzprodukt der Stellungsvektoren der beiden Ebenen $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 14 \\ 7 \end{pmatrix}$ (s. Aufgabe 7.41a)) liegt in beiden Ebenen und ist damit die Richtung der Schnittgeraden. Diese Richtung wird einfacher durch $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ beschrieben.

Zur Ermittlung eines Punktes auf der Gerade wird z.B. $z=0$ gesetzt:

$$\begin{array}{rcl} x - 2y = 4 & & | + \\ 3x + y = 5 & & | \cdot 2 \\ \hline 6x + 2y = 10 & & | + \\ 7x & = & 14, \quad x=2, y=-1 \end{array}$$

Die Gleichung der Schnittgerade lautet somit $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.