

### Aufgabe 7.39

Bestimmen Sie durch Projektion irgendeines Verbindungsvektors zwischen der Gerade  $g$  durch die Punkte  $(-3, 0, -1)$  und  $(9, 12, 5)$  und dem Punkt  $P(2, 2, 3)$  auf die Geradenrichtung den Fußpunkt des Lotes von  $P$  auf  $g$  sowie den Abstand zwischen  $P$  und  $g$  !

#### Lösung:

$$\text{Geradengleichung von } g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 12 \\ 12 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Projektion von } \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ auf die Geradenrichtung } \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}:$$

$$\left( \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} - t \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 10 - 4t + 4 - 4t + 4 - t = 18 - 9t = 0, \quad t = 2$$

$\underbrace{\left( \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} - t \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right)}_{\text{Projektion}}$   
orthogonale Komponente

$$\text{Ortsvektor des Lotfußpunktes ist also } \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Der Abstand ist die Länge des Lots: } \left\| \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right\| = \left\| \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \right\| = 3.$$