

Aufgabe 7.36

Vom Punkt $(-2, 15, 27)$ werde auf die Gerade $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ das Lot gefällt. Ermitteln

Sie den Lotfußpunkt, geben Sie die Geradengleichung des Lotes an und bestimmen Sie den Abstand des Punktes von der Gerade!

Lösung:

Der Lotfußpunkt liegt auf der Gerade, ist also ein Punkt $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ mit noch zu bestimm-

endem Parameter t . Richtungsvektor des Lotes ist somit der Vektor $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ 15 \\ 27 \end{pmatrix}$,

dieser Vektor muss zum Richtungsvektor der Gerade $\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ orthogonal sein, also muss gelten

$$\left(\begin{pmatrix} 2 \\ -14 \\ -25 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 0, \quad t \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 14 \\ 25 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad 41t = 41, \quad t = 1.$$

Lotfußpunkt ist damit der Punkt $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$, als Richtungsvektor des Lotes ergibt

$$\text{sich } \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ 15 \\ 27 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -12 \\ -24 \end{pmatrix} \hat{=} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -6 \end{pmatrix}.$$

Die Geradengleichung des Lotes lautet also $\vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 15 \\ 27 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -6 \end{pmatrix}$, der Abstand ist die Länge

$$\text{des Lotes } \left\| \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ 15 \\ 27 \end{pmatrix} \right\| = \left\| \begin{pmatrix} 8 \\ -12 \\ -24 \end{pmatrix} \right\| = 4 \left\| \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -6 \end{pmatrix} \right\| = 4 \cdot 7 = 28.$$