

### Aufgabe 7.27

In der  $x$ - $y$ -Ebene werde die Gerade  $4x - 5y = 20$  betrachtet.

- Geben Sie die Gleichung der Gerade in Parameterform an!
- Geben Sie die zur Geradenrichtung orthogonale Richtung an!
- Geben Sie die Geradengleichung der Lots vom Punkt  $P(2, -2)$  auf die Gerade an, bestimmen Sie den Lotfußpunkt und den Abstand des Punktes  $P$  von der Geraden!

### Lösung:

- a) Auf der Gerade liegen die Punkte  $(5, 0)$  und  $(0, -4)$ , folglich erhält man als Geradengleichung

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -5 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

oder:

$$y = \frac{4x - 20}{5} = \frac{4}{5}x - 4, \text{ also } \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 4/5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

- b) Wegen  $\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix} = 0$  ist die Richtung  $\begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}$  orthogonal zur Geradenrichtung  $\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$ .

- c) Mit der unter b) notierten Richtung lautet die Geradengleichung des Lots  $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}$ .

Der Lotfußpunkt ist ihr Schnittpunkt mit der gegebenen Gerade. Einsetzen ergibt:

$$4(2 - 4t) - 5(-2 + 5t) = 20, \quad 8 - 16t + 10 - 25t = 20, \quad 41t = -2, \quad t = -\frac{2}{41}.$$

$$\text{Lotfußpunkt ist also } \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} - \frac{2}{41} \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 90/41 \\ -92/41 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Abstand ist die Länge des Lotes: } \left| -\frac{2}{41} \right| \left| \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix} \right| = \frac{2}{41} \sqrt{41} = \frac{2}{\sqrt{41}} \approx 0.312.$$