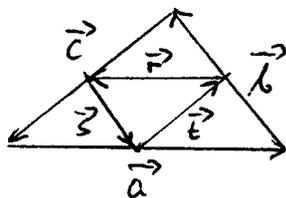


Aufgabe 7.9

Zeigen Sie mit Mitteln der Vektorrechnung, dass die Mittelpunkte der Seiten eines Dreiecks ein zu dem Ausgangsdreieck ähnliches Dreieck bilden!

Lösung:



Die Richtungsvektoren der Dreiecksseiten seien aneinander anschließend mit \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} bezeichnet. Der die Mittelpunkte der Seiten mit \vec{b} und \vec{c} verbindende Vektor sei mit \vec{r} , die Richtungsvektoren der anderen beiden Seiten des Dreiecks aus den Mittelpunkten seien daran anschließend mit \vec{s} und \vec{t} bezeichnet.

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}, \text{ d.h. } \vec{a} = -\vec{b} - \vec{c} \text{ usw.}$$

$$\vec{r} = \frac{\vec{b}}{2} + \frac{\vec{c}}{2} = -\frac{\vec{a}}{2}, \quad \|\vec{r}\| = \frac{1}{2}\|\vec{a}\|$$

$$\vec{s} = \frac{\vec{c}}{2} + \frac{\vec{a}}{2} = -\frac{\vec{b}}{2}, \quad \|\vec{s}\| = \frac{1}{2}\|\vec{b}\|$$

$$\vec{t} = \frac{\vec{a}}{2} + \frac{\vec{b}}{2} = -\frac{\vec{c}}{2}, \quad \|\vec{t}\| = \frac{1}{2}\|\vec{c}\|$$

Da alle Seiten der beiden Dreiecke im gleichen Verhältnis zueinander stehen, sind die Dreiecke ähnlich. Man kann auch damit argumentieren, dass die Seiten der beiden Dreiecke zueinander parallel sind. Damit sind alle Winkel gleich und die Dreiecke ähnlich.