Aufgabe 6.208

Berechnen Sie mithilfe der Adjunkten die Inverse der Matrix $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & -5 \\ 2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$ (vgl. Aufgabe 6.206a)) !

Lösung:

$$(\boldsymbol{A}^{-1})_{ij} = \frac{1}{\det \boldsymbol{A}} \underbrace{(-1)^{j+i} \det(\text{Matrix } \boldsymbol{A} \text{ ohne } j\text{-te Zeile, } i\text{-te Spalte})}_{\text{„Adjunkte“}}$$

(Man beachte die Vertauschung von Zeilen- und Spaltenindex!)

$\det \boldsymbol{A} = -7$ (Aufgabe 6.180c))

$$\boldsymbol{A}^{-1} = \frac{1}{-7} \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 1 & -5 \\ -3 & 3 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} -2 & 3 \\ -3 & 3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -5 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -5 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \frac{1}{-7} \begin{pmatrix} -12 & -3 & 7 \\ -19 & -3 & 14 \\ -11 & -1 & 7 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 12 & 3 & -7 \\ 19 & 3 & -14 \\ 11 & 1 & -7 \end{pmatrix}$$

Das ist das bei Aufgabe 6.206a) mit dem Gaußschen Algorithmus berechnete Ergebnis.