

Aufgabe 6.194

In einer Determinante 3-ter Ordnung mögen nur die Zahlen $+1$ und -1 auftreten. Welches ist der größte Wert, den die Determinante haben kann?

Lösung:

Enthält die Determinante nur Elemente $+1$, so gilt $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 + 1 + 1 - 1 - 1 - 1 = 0$. Ändert

sich eine Ziffer $+1$ in -1 , so nehmen zwei der Summanden um 2 zu oder ab. Die Determinante kann sich daher nur in 4-er-Schritten ändern. Andererseits kann sie als Summe von 6 Zahlen ± 1 nicht größer als 6 sein. Also ist sie maximal 4. Der Wert 4 wird tatsächlich angenommen:

$$\begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 4.$$