

**Aufgabe 6.185**

Berechnen Sie durch Entwicklung die Determinante

$$\begin{vmatrix} 5 & 0 & 0 & 1 & 5 & 4 \\ 7 & 3 & a & b & c & d \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 4 & 0 \\ 5 & 0 & b & 1 & 2 & c \\ 0 & 0 & 0 & 3 & d & 0 \\ a & 0 & 0 & 1 & 5 & 4 \end{vmatrix} !$$

Für welche Werte der Parameter  $a$ ,  $b$ ,  $c$  und  $d$  verschwindet die Determinante?

**Lösung:**

$$\begin{vmatrix} 5 & \mathbf{0} & 0 & 1 & 5 & 4 \\ 7 & \mathbf{3} & a & b & c & d \\ 0 & \mathbf{0} & 0 & 2 & 4 & 0 \\ 5 & \mathbf{0} & b & 1 & 2 & c \\ 0 & \mathbf{0} & 0 & 3 & d & 0 \\ a & \mathbf{0} & 0 & 1 & 5 & 4 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 5 & \mathbf{0} & 1 & 5 & 4 \\ 0 & \mathbf{0} & 2 & 4 & 0 \\ 5 & \mathbf{b} & 1 & 2 & c \\ 0 & \mathbf{0} & 3 & d & 0 \\ a & \mathbf{0} & 1 & 5 & 4 \end{vmatrix} = -3b \begin{vmatrix} \mathbf{5} & 1 & 5 & 4 \\ \mathbf{0} & 2 & 4 & 0 \\ \mathbf{0} & 3 & d & 0 \\ \mathbf{a} & 1 & 5 & 4 \end{vmatrix} =$$
$$= -3b \left( 5 \begin{vmatrix} 1 & 5 & \mathbf{4} \\ 2 & 4 & \mathbf{0} \\ 3 & d & \mathbf{0} \end{vmatrix} - a \begin{vmatrix} 2 & 4 & \mathbf{0} \\ 3 & d & \mathbf{0} \\ 1 & 5 & \mathbf{4} \end{vmatrix} \right) = -3b \left( 5 \cdot 4 \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & d \end{vmatrix} - a \cdot 4 \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & d \end{vmatrix} \right)$$
$$= -12b(5-a)(2d-12) = \underline{\underline{24b(a-5)(d-6)}}$$

Offensichtlich verschwindet die Determinante genau dann, wenn  $a=5$ ,  $b=0$  oder  $d=6$  ist.