

Aufgabe 6.169

Bestimmen Sie ein Polynom höchstens 3. Grades $P(x)$, für das $P(1) = 2$, $P'(1) = -2$, $P(-1) = 10$, $P'(-1) = -10$ gilt!

Lösung:

$$P(x) = a + bx + cx^2 + dx^3, \quad P'(x) = b + 2cx + 3dx^2, \quad \begin{aligned} P(1) &= a + b + c + d = 2 \\ P'(1) &= b + 2c + 3d = -2 \\ P(-1) &= a - b + c - d = 10 \\ P'(-1) &= b - 2c + 3d = -10 \end{aligned}$$

1	1	1	1	2	1	1	1	1	2	1	1	1	0	3
0	1	2	3	-2	0	1	2	3	-2	0	1	2	0	1
1	-1	1	-1	10	0	0	1	0	2	0	0	1	0	2
0	1	-2	3	-10	0	0	4	4	4	0	0	0	1	-1
1	1	1	1	2	1	1	1	1	2	1	1	0	0	1
0	1	2	3	-2	0	1	2	3	-2	0	1	0	0	-3
0	-2	0	-2	8	0	0	1	0	2	0	0	1	0	2
0	1	-2	3	-10	0	0	0	4	-4	0	0	0	1	-1
1	1	1	1	2	1	1	1	1	2	1	0	0	0	4
0	1	2	3	-2	0	1	2	3	-2	0	1	0	0	-3
0	0	4	4	4	0	0	1	0	2	0	0	1	0	2
0	0	-4	0	-8	0	0	0	1	-1	0	0	0	1	-1

Somit ist $a=4$, $b=-3$, $c=2$, $d=-1$ und damit $P(x) = 4 - 3x + 2x^2 - x^3$.