

**Aufgabe 6.168**

Bestimmen Sie ein Polynom höchstens 3. Grades  $P(x)$ , für das  $P(1) = 0$ ,  $P'(1) = -2$ ,  $P(2) = 3$ ,  $P'(2) = 10$  gilt!

**Lösung:**

$$P(x) = a + bx + cx^2 + dx^3, \quad P'(x) = b + 2cx + 3dx^2, \quad \begin{aligned} P(1) &= a + b + c + d = 0 \\ P'(1) &= b + 2c + 3d = -2 \\ P(2) &= a + 2b + 4c + 8d = 3 \\ P'(2) &= b + 4c + 12d = 10 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & -2 \\ 1 & 2 & 4 & 8 & 3 \\ 0 & 1 & 4 & 12 & 10 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 3 & 7 & 3 \\ 0 & 1 & 4 & 12 & 10 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & 9 & 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & -8 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ \hline 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}$$

Somit ist  $a = 3$ ,  $b = -2$ ,  $c = -3$ ,  $d = 2$  und damit  $P(x) = 3 - 2x - 3x^2 + 2x^3$ .