Aufgabe 6.132

In einer Cafeteria gibt es Speisen zu 3, 8 und 11 €. Wie viele der einzelnen Speisen müssen bestellt werden, damit 23 Personen jeweils genau eine Speise bekommen, wenn dafür insgesamt genau 200 € ausgegeben werden sollen?

Lösung:

x: Anzahl Speisen zu 3 €, y: Anzahl Speisen zu 8 €, z: Anzahl Speisen zu 11 €

$$\begin{array}{ll} \text{Portionen} & x+y+z=23 \\ \text{Preis:} & 3x+8y+11z=200 \\ & x,\ y,\ z \text{ ganz}, \geq 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{rrr|r l} \mathbf{1} & 1 & 1 & 23 & \\ 3 & 8 & 11 & 200 & \mathrm{II}-3\cdot\mathrm{I} \\ \hline 1 & 1 & 1 & 23 & \\ \mathbf{0} & 5 & 8 & 131 & \mathrm{II}:5 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 23 & \mathrm{I}-\mathrm{II} \\ 0 & \mathbf{1} & \frac{8}{5} & \frac{131}{5} & \\ \hline 1 & \mathbf{0} & -\frac{3}{5} & -\frac{16}{5} & \\ 0 & 1 & \frac{8}{5} & \frac{131}{5} & \end{array} \qquad \begin{array}{l} z=t,\quad x=-\frac{16}{5}t+\frac{3}{5}t \\ y=\frac{131}{5}-\frac{8}{5}t \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} -16 \\ 131 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{t}{5}\begin{pmatrix} 3 \\ -8 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{lll} x=\dfrac{-16+3t}{5} & -16+3t\geq 0 & t\geq \dfrac{16}{3}\approx 5{,}333 \\ y=\dfrac{131-8t}{5} & 131-8t\geq 0 & t\leq \dfrac{131}{8}=16{,}375 \\ z=t & t\geq 0,\ \text{ganz} & \Longrightarrow\quad t=6,7,8,\ldots,15,16 \end{array}$$

Damit x und y auch ganzzahlig sind, müssen $-16+3t$ und $131-8t$ durch 5 teilbar sein.

t	$-16+3t$	$131-8t$	
6	2	83	
7	**5**	**75**	$x=1,\ y=15,\ z=7$
8	8	67	
9	11	59	
10	14	51	
11	17	43	
12	**20**	**35**	$x=4,\ y=7,\ z=12$
13	23	26	
14	26	19	
15	29	11	
16	32	3	

Somit kommen nur $t=7$ und $t=12$ in Frage. Es müssen 1 Speise zu 3 €, 15 Speisen zu 8 € und 7 Speisen zu 11 € oder 4 Speisen zu 3 €, 7 Speisen zu 8 € und 12 Speisen zu 11 € bestellt werden.