

Aufgabe 6.130

An 30 Personen sollen Preise im Wert von 30 €, 24 € bzw. 18 € vergeben werden, wofür insgesamt genau 600 € verwendet werden sollen. Welche Möglichkeiten zum Kauf der 30 Preise gibt es, wenn jede Wertstufe mindestens einmal vertreten sein soll?

Lösung:

x : Anzahl Preise zu 18 €, y : Anzahl Preise zu 24 €, z : Anzahl Preise zu 30 €

Personen: $x + y + z = 30$

Geld: $18x + 24y + 30z = 600 \quad | : 6$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 30 \\ 3 & 4 & 5 & 100 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 30 \\ 0 & 1 & 2 & 10 \\ \hline 1 & 0 & -1 & 20 \\ 0 & 1 & 2 & 10 \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Da alle 3 Komponenten mindestens 1 sein müssen, muss $20+t \geq 1$, $10-2t \geq 1$, $t \geq 1$ sein, dies ist für $1 \leq t \leq 4,5$ der Fall. Ferner müssen alle Komponenten ganzzahlig sein, so dass nur $t = 1; 2; 3$ und 4 zulässig sind. Somit ergeben sich folgende Lösungen:

t	Preise zu 30 €	Preise zu 24 €	Preise zu 18 €
1	1	8	21
2	2	6	22
3	3	4	23
4	4	2	24