

Aufgabe 6.107

Bei der zweistelligen Gleitpunktarithmetik wird jede Zahl auf zwei gültige Ziffern gerundet, z.B. $247 \approx 25 \cdot 10^1 = 250$, $-0.03438 \approx -34 \cdot 10^{-3} = -0.034$.

Lösen Sie das lineare Gleichungssystem $\begin{pmatrix} 0.01 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

- exakt,
- in zweistelliger Gleitpunktarithmetik mit dem Gaußschen Algorithmus ohne Zeilen- und Spaltentausch,
- in zweistelliger Gleitpunktarithmetik mit dem Gaußschen Algorithmus mit Spaltenpivotisierung (Wahl des betragsgrößten Elements der jeweiligen Spalte als Pivotelement)!

Lösung:

a) $0.01x + 2y = 1$	$x + 200y = 100 \quad \cdot 2$	$x + 200y = 100 \quad -$
$2x + y = 2$	$2x + y = 2 \quad -$	$2x + y = 2 \quad \cdot 200$
	$2x + 400y = 200 \quad +$	$400x + 200y = 400 \quad +$
	$399y = 198$	$399x = 300$
	$y = \frac{198}{399} \approx 0.5$	$x = \frac{300}{399} \approx 0.75$

b) 0.01	$\begin{array}{c c} 2 & 1 \\ 2 & 1 \\ \hline 1 & 200 \\ 2 & 1 \\ \hline 1 & 200 \\ 0 & (-399 \approx) -400 \\ \hline 1 & 200 \\ 0 & 1 \\ \hline 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{c c} 1 & 2 \\ \hline 1 & 100 \\ 2 & 2 \\ \hline 1 & 100 \\ 0 & (-198 \approx) -200 \\ \hline 1 & 100 \\ 0 & 0.5 \\ \hline 1 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{array}$
		$x = 0 : \text{ völlig falsch}$
		$y = 0.5$

c) 0.01	$\begin{array}{c c} 2 & 1 \\ \boxed{2} \text{ („Pivot“)} & 1 \\ \hline 1 & 0.5 \\ 0.01 & 2 \\ \hline 1 & 0.5 \\ 0 & (1.995 \approx) 2 \\ \hline 1 & 0.5 \\ 0 & 1 \\ \hline 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{c c} 1 & 2 \\ \hline 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 \\ 0 & 0.99 \\ \hline 1 & 1 \\ 0 & (0.495 \approx) 0.5 \\ \hline 1 & 0.75 \\ 0 & 0.5 \end{array}$
		$x = 0.75$
		$y = 0.5$
		näherungsweise die exakte Lösung