

Aufgabe 6.97

Lösen Sie die folgenden linearen Gleichungssysteme und interpretieren Sie die Ergebnisse geometrisch:

$$\text{a) } \begin{cases} 6x + 7y = 15 \\ 7x + 8y = 17 \end{cases}, \quad \text{b) } \begin{cases} 6x + 7y = 15 \\ 12x + 14y = 17 \end{cases}, \quad \text{c) } \begin{cases} 6x + 7y = 15 \\ 12x + 14y = 30 \end{cases} !$$

Lösung:

a)

$$\begin{array}{r} 6x + 7y = 15 \quad | \cdot 7 \\ 7x + 8y = 17 \quad | \cdot 6 \\ \hline 42x + 49y = 105 \quad | + \\ 42x + 48y = 102 \quad | - \\ \hline y = 3 \\ x = \frac{15 - 7y}{6} = -1 \end{array}$$

2 Geraden schneiden sich in einem Punkt (nämlich dem Punkt $(-1, 3)$).

b)

$$\begin{array}{r} 6x + 7y = 15 \quad | \cdot 2 \\ 12x + 14y = 17 \\ \hline 12x + 14y = 30 \quad | + \\ 12x + 14y = 17 \quad | - \\ \hline 0 = 13 \\ \text{Widerspruch} \end{array}$$

2 Geraden sind parallel.

c)

$$\begin{array}{r} 6x + 7y = 15 \quad | \cdot 2 \\ 12x + 14y = 30 \\ \hline 12x + 14y = 30 \quad | + \\ 12x + 14y = 30 \quad | - \\ \hline 0 = 0 \\ \text{immer erfüllt} \end{array}$$

2 Geraden sind identisch, alle Punkte darauf sind Lösung.

$$\begin{aligned} y = t, \quad x &= \frac{15 - 7y}{6} = \frac{5}{2} - \frac{7}{6}t \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \frac{5}{2} - \frac{7}{6}t \\ t \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{5}{2} \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -\frac{7}{6} \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{5}{2} \\ 0 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} -7 \\ 6 \end{pmatrix} \end{aligned}$$