Aufgabe 6.79

$\boldsymbol{A}$ sei eine beliebige Matrix. Mit welcher Matrix $\boldsymbol{B}$ muss man die Matrix $\boldsymbol{A}$ von links multiplizieren (d.h. $\boldsymbol{BA}$ berechnen), damit

a) die 1. Zeile mit 3 multipliziert wird,
b) eine einzeilige Matrix entsteht, deren Komponenten die Summen der Spalten der Matrix $\boldsymbol{A}$ sind,
c) das Doppelte der 1. Zeile zur 3. Zeile addiert wird,
d) die 1. mit der 2. Zeile vertauscht wird?

Lösung:

a) $$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ . & . & . & \cdots & . \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ . & . & . & \cdots & . \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3a_{11} & 3a_{12} & 3a_{13} & \cdots & 3a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ . & . & . & \cdots & . \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ . & . & . & \cdots & . \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow \quad 3 * \text{Element aus 1. Zeile} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \leftarrow 1 * \text{Element jeder Zeile und addieren}$

c) $$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ . & . & . & . & \cdots & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \leftarrow \quad 2 * \text{Element aus 1. Zeile} + 1 * \text{Element aus 3. Zeile}$$

d) $$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ . & . & . & . & \cdots & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \cdots & a_{3n} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \cdots & a_{4n} \\ . & . & . & \cdots & . \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & a_{m4} \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \cdots & a_{2n} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \cdots & a_{1n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \cdots & a_{3n} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \cdots & a_{4n} \\ . & . & . & \cdots & . \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & a_{m4} \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ . & . & . & . & \cdots & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow \quad 1 * \text{Element aus 2. Zeile} \\ \leftarrow \quad 1 * \text{Element aus 1. Zeile} \\ \leftarrow \quad 1 * \text{Element aus 3. Zeile} \\ \leftarrow \quad 1 * \text{Element aus 4. Zeile} \\ \\ \leftarrow \quad 1 * \text{Element aus letzter Zeile} \end{array}$$