

Aufgabe 6.78

Was bewirkt die Multiplikation einer dreizeiligen Matrix von links mit

a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, b) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, c) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ bzw. d) $(1 \ -1 \ -1)$?

Lösung:

a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots \\ a_{21} & a_{22} & \dots \\ a_{31} & a_{32} & \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots \\ 2a_{21} & 2a_{22} & \dots \\ 3a_{31} & 3a_{32} & \dots \end{pmatrix}$, d.h., die 2. Zeile wird mit 2 und die 3. Zeile mit 3 multipliziert.

b) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots \\ a_{21} & a_{22} & \dots \\ a_{31} & a_{32} & \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{31} & a_{32} & \dots \\ a_{21} & a_{22} & \dots \\ a_{11} & a_{12} & \dots \end{pmatrix}$, d.h., 1. und 3. Zeile werden vertauscht.

c) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots \\ a_{21} & a_{22} & \dots \\ a_{31} & a_{32} & \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}+3a_{21} & a_{12}+3a_{22} & \dots \\ a_{21} & a_{22} & \dots \\ a_{31} & a_{32} & \dots \\ a_{31} & a_{32} & \dots \end{pmatrix}$,

d.h., zur 1. Zeile wird das Dreifache der 2. Zeile addiert, außerdem wird die letzte Zeile dupliziert, d.h. als 4. Zeile nochmals angefügt.

d) $(1 \ -1 \ -1) \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots \\ a_{21} & a_{22} & \dots \\ a_{31} & a_{32} & \dots \end{pmatrix} = (a_{11}-a_{21}-a_{31} \quad a_{12}-a_{22}-a_{32} \quad \dots)$,

d.h., es entsteht eine einzeilige Matrix, deren Elemente durch Subtraktion des 2. und 3. Elements jeder Spalte von deren 1. Element entstehen.