

Aufgabe 6.76

In einer Großbäckerei werden drei Sorten Kuchen mit Äpfeln hergestellt. Dafür werden drei Grundteige verwendet. Für ein Blech Quark-Apfel-Kuchen werden je 600 g der Grundteige A, B und C, 800 g Quark und 4 Äpfel benötigt; für ein Blech Apfel-Quark-Kuchen 1000 g Grundteig B, 800 g Grundteig C, 400 g Quark und 7 Äpfel; für ein Blech Apfelkuchen 1000 g Grundteig A, je 500 g Grundteig B und C und 10 Äpfel.

Die Grundteige werden in der Teigmischmaschine hergestellt. Für einen Backtrog mit 200 kg Teig werden neben anderen Zutaten benötigt beim Grundteig A 110 kg Mehl, 20 kg Zucker und 60 kg Margarine; beim Grundteig B 100 kg Mehl, 25 kg Zucker und 70 kg Margarine und beim Grundteig C 120 kg Mehl, 35 kg Zucker und 40 kg Margarine.

- Geben Sie die Aufwandsmatrizen für den Bedarf an Mehl, Zucker und Margarine je Backtrog Grundteig, den Bedarf an Grundteig je Blech Kuchen sowie für den Bedarf an Quark und Äpfeln je Blech Kuchen an!
- Stellen Sie dar, wie sich aus diesen Matrizen die Aufwandsmatrix für den Bedarf an Mehl, Zucker und Margarine je Blech Kuchen errechnet und führen Sie diese Berechnung aus!
- Es sind 120 Bleche Quark-Apfel-Kuchen, 80 Bleche Apfel-Quark-Kuchen und 100 Bleche Apfelkuchen zu backen. Ermitteln Sie unter Verwendung der Matrizen aus a) und b) den hierfür entstehenden Bedarf an den genannten Ausgangsstoffen!

Lösung:

a) Bedarf je Blech	Quark-Apfel-Kuchen	Apfel-Quark-Kuchen	Apfelkuchen
g Grundteig A	600	0	1000
g Grundteig B	600	1000	500
g Grundteig C	600	800	500
g Quark	800	400	0
Stück Äpfel	4	7	10

Bedarf je Backtrog	Grundteig A	Grundteig B	Grundteig C
kg Mehl	110	100	120
kg Zucker	20	25	35
kg Margarine	60	70	40

Aufwandsmatrizen:

Bedarf an Mehl, Zucker und Margarine je Backtrog Grundteig: $A_1 = \begin{pmatrix} 110 & 100 & 120 \\ 20 & 25 & 35 \\ 60 & 70 & 40 \end{pmatrix}$

Bedarf an Grundteig je Blech Kuchen: $A_2 = \begin{pmatrix} 600 & 0 & 1000 \\ 600 & 1000 & 500 \\ 600 & 800 & 500 \end{pmatrix}$

Bedarf an Quark und Äpfeln je Blech Kuchen: $A_3 = \begin{pmatrix} 800 & 400 & 0 \\ 4 & 7 & 10 \end{pmatrix}$

- b) Ist \vec{a} der Bedarf an Mehl, Zucker und Margarine in g, \vec{t} der Bedarf an Grundteig in Backtrögen á 200 kg und \vec{b} die zu backende Kuchenblechzahl, so gilt $\frac{1}{1000}\vec{a} = A_1\vec{t}$ und $200000\vec{t} = A_2\vec{b}$.

Somit ist $\vec{a} = 1000A_1\vec{t} = 1000A_1 \frac{1}{200000}A_2\vec{b} = \frac{1}{200}A_1A_2\vec{b}$, damit ist die Aufwandsmatrix für den Bedarf an Mehl, Zucker und Margarine je Blech Kuchen in g

$$\begin{aligned} A_4 &= \frac{1}{200} A_1 A_2 = \frac{1}{200} \begin{pmatrix} 110 & 100 & 120 \\ 20 & 25 & 35 \\ 60 & 70 & 40 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 600 & 0 & 1000 \\ 600 & 1000 & 500 \\ 600 & 800 & 500 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{200} \begin{pmatrix} 198000 & 196000 & 220000 \\ 48000 & 53000 & 50000 \\ 102000 & 102000 & 115000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 990 & 980 & 1100 \\ 240 & 265 & 250 \\ 510 & 510 & 575 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

c) Der Bedarf an Mehl, Zucker und Margarine in g beträgt

$$\vec{a} = A_4 \vec{b} = \begin{pmatrix} 990 & 980 & 1100 \\ 240 & 265 & 250 \\ 510 & 510 & 575 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 120 \\ 80 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 307200 \\ 75000 \\ 159500 \end{pmatrix}.$$

Der Bedarf an Quark in g und Äpfeln beträgt $A_3 \vec{b} = \begin{pmatrix} 800 & 400 & 0 \\ 4 & 7 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 120 \\ 80 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 128000 \\ 2040 \end{pmatrix}.$

Somit werden 307,2 kg Mehl, 75 kg Zucker, 159,5 kg Margarine, 128 kg Quark und 2040 Äpfel benötigt.