

Aufgabe 6.73

In einer Firma werden aus Ausgangsstoffen A_1 , A_2 und A_3 Zwischenprodukte Z_1 , Z_2 und Z_3 und aus den Ausgangs- und Zwischenprodukten Endprodukte E_1 , E_2 und E_3 gefertigt. Im Einzelnen werden für eine Einheit Z_1 5 Einheiten A_1 , 2 Einheiten A_2 und 1 Einheit A_3 , für eine Einheit Z_2 6 Einheiten A_1 und 2 Einheiten A_3 sowie für eine Einheit Z_3 4 Einheiten A_1 und je 2 Einheiten A_2 und A_3 benötigt, während für ein Stück E_1 5 Einheiten A_1 , 2 Einheiten Z_1 , 3 Einheiten Z_2 und 1 Einheit Z_3 , für ein Stück E_2 3 Einheiten Z_1 und 2 Einheiten Z_2 und für ein Stück E_3 je eine Einheit Z_1 , Z_2 und Z_3 benötigt werden.

- a) Geben Sie die Aufwandsmatrizen für den Zusammenhang von Ausgangsstoffen und Zwischenprodukten, für den Zusammenhang von Zwischen- und Endprodukten sowie für den Zusammenhang von Ausgangsstoffen und Endprodukten an!
- b) Ein Kunde bestellt 10 Stück E_1 , 20 Stück E_2 und 30 Stück E_3 sowie 20 Einheiten Z_1 . Welche Mengen an Ausgangsstoffen werden benötigt?

Lösung:

- a) Ausgangsstoffe — Zwischenprodukte Zwischenprodukte — Endprodukte

	je Z_1	je Z_2	je Z_3
A_1	5	6	4
A_2	2	0	2
A_3	1	2	2

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

	je E_1	je E_2	je E_3
Z_1	2	3	1
Z_2	3	2	1
Z_3	1	0	1

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ausgangsstoffe — Endprodukte

direkt:

	je E_1	je E_2	je E_3
A_1	5	0	0
A_2	0	0	0
A_3	0	0	0

$$C = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

über Zwischenprodukte:

$$AB = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 32 & 27 & 15 \\ 6 & 6 & 4 \\ 10 & 7 & 5 \end{pmatrix},$$

$$\text{insgesamt also } D = AB + C = \begin{pmatrix} 37 & 27 & 15 \\ 6 & 6 & 4 \\ 10 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } D \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \end{pmatrix} + A \begin{pmatrix} 20 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 37 & 27 & 15 \\ 6 & 6 & 4 \\ 10 & 7 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 6 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 20 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1360 \\ 300 \\ 390 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 100 \\ 40 \\ 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1460 \\ 340 \\ 410 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Es werden 1460 Einheiten A_1 , 340 Einheiten A_2 und 410 Einheiten A_3 benötigt.