

Aufgabe 6.69

Es werden drei Produkte P_1 , P_2 und P_3 aus drei Baugruppen B_1 , B_2 und B_3 und diese aus drei Ausgangsstoffen R_1 , R_2 und R_3 gefertigt, wobei im Einzelnen folgender Bedarf besteht:

	je P_1	je P_2	je P_3
B_1	2	4	4
B_2	2	0	2
B_3	2	2	6

	R_1	R_2	R_3
je B_1	2	4	1
je B_2	1	2	2
je B_3	3	1	1

- Stellen Sie dar, wie sich aus den beiden gegebenen Matrizen die Aufwandsmatrix für den Bedarf an Ausgangsstoffen je Endprodukt errechnet und führen Sie diese Berechnung aus!
- Es wird ein Auftrag zur Herstellung von 200 P_1 , 100 P_2 und 300 P_3 sowie zusätzlich von 100 B_1 und 80 B_2 als Austauschbaugruppen erteilt. Welche Mengen an Ausgangsstoffen werden insgesamt benötigt? Nutzen Sie für die Rechnung die Multiplikation von Aufwandsmatrizen und Auftragsvektoren!

Lösung:

- \vec{r} : Bedarf an Ausgangsstoffen,
 \vec{b} : Bedarf an Baugruppen,
 \vec{p} : Bedarf an Endprodukten

$$\text{Endprodukte - Baugruppen: } A_1 = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 6 \end{pmatrix}, \quad \text{Ausgangsstoffe - Baugruppen: } A_2 = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{b} = A_1 \vec{p}, \quad \vec{r} = A_2^T \vec{b} = A_2^T A_1 \vec{p} \quad (\text{Rohstoffbedarf für Endprodukte})$$

Aufwandsmatrix für den Zusammenhang von Endprodukten und Ausgangsstoffen also:

$$A = A_2^T A_1 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 14 & 28 \\ 14 & 18 & 26 \\ 8 & 6 & 14 \end{pmatrix}, \text{ d.h. } \begin{array}{c|ccc} & \text{je } P_1 & \text{je } P_2 & \text{je } P_3 \\ \hline R_1 & 12 & 14 & 28 \\ R_2 & 14 & 18 & 26 \\ R_3 & 8 & 6 & 14 \end{array}$$

- $\vec{b}_{\text{Austausch}}$: Bedarf an Austauschbaugruppen

$$\begin{aligned} \vec{r}_{\text{gesamt}} &= A \vec{p} + A_2^T \vec{b}_{\text{Austausch}} = \begin{pmatrix} 12 & 14 & 28 \\ 14 & 18 & 26 \\ 8 & 6 & 14 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 200 \\ 100 \\ 300 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 100 \\ 80 \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 12200 \\ 12400 \\ 6400 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 280 \\ 560 \\ 260 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12480 \\ 12960 \\ 6660 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Es werden 12480 Einheiten R_1 , 12960 Einheiten R_2 und 6660 Einheiten R_3 benötigt.