

### Aufgabe 6.57

Berechnen Sie

$$\begin{aligned} \text{a) } & \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \text{b) } & \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ 3 & 5 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 9 \\ 8 & 1 \\ 4 & -2 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}, & \text{c) } & \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} (1 \ 2 \ 3), \\ \text{d) } & (1 \ 2 \ 3) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, & \text{e) } & \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, & \text{f) } & \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 6 \end{pmatrix} ! \end{aligned}$$

### Lösung:

Matrizenmultiplikation:  $\mathbf{A} \quad \mathbf{B} \quad = \quad \mathbf{C}$   
 Typen:  $l \times m \quad m \times n \quad l \times n$

Typverträglichkeit: Spaltenzahl links = Zeilenzahl rechts

$$c_{ik} = \sum_{j=1}^m a_{ij} b_{jk} \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, l \\ k = 1, \dots, n \end{matrix} \quad \text{\textit{i}-te Zeile * k-te Spalte}$$

a) Falksches Schema:

$$\begin{array}{ccc|ccc} & & & 3 & 0 & 0 & 1 \\ & & & 1 & 0 & 1 & 0 \\ & & & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 2 & 4 & 9 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 8 & 1 & 1 & 2 \end{array} \quad \begin{pmatrix} 9 & 4 & 2 & 1 \\ 8 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

b) Typen  $4 \times 2$ ,  $4 \times 2$  unverträglich: Produkt nicht definiert

$$\text{c) } \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} (1 \ 2 \ 3) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{Typen } 3 \times 1, 1 \times 3 \rightarrow 3 \times 3$$

$$\text{d) } (1 \ 2 \ 3) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 6 \quad \text{Typen } 1 \times 3, 3 \times 1 \rightarrow 1 \times 1$$

$$\text{e) } \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (\text{Nullmatrix, obwohl keine Nullmatrix als Faktor!})$$

$$\text{f) } \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & -28 \\ 7 & -14 \end{pmatrix} \quad (\text{i.A. } \mathbf{AB} \neq \mathbf{BA}, \text{ d.h. Multiplik. nicht kommutativ})$$