

### Aufgabe 6.52

Zerlegen Sie den Vektor  $\vec{v} = \begin{pmatrix} -6 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}$  in seine Komponente in Richtung des Vektors  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

und die dazu orthogonale Komponente!

#### Lösung:

Die Komponente von  $\vec{v}$  in Richtung  $\vec{a}$  ist  $t\vec{a}$  mit noch zu bestimmendem Parameter  $t$ . Die dazu orthogonale Komponente sei mit  $\vec{b}$  bezeichnet. Dann gilt  $\vec{v} = t\vec{a} + \vec{b}$  und  $\vec{b} \cdot \vec{a} = 0$ . Skalare Multiplikation mit  $\vec{a}$  ergibt  $\vec{v} \cdot \vec{a} = (t\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{a} = t\vec{a} \cdot \vec{a} + \vec{b} \cdot \vec{a} = t\vec{a} \cdot \vec{a}$  und folglich  $t = \frac{\vec{v} \cdot \vec{a}}{\vec{a} \cdot \vec{a}}$ .

Konkret erhält man  $t = \frac{\begin{pmatrix} -6 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}} = \frac{28}{14} = 2$  und damit  $t\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$  und  $\vec{b} = \vec{v} - t\vec{a} = \begin{pmatrix} -8 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ .

Die gesuchte Zerlegung lautet also  $\begin{pmatrix} -6 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -8 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ .