

### Aufgabe 6.42

Ermitteln Sie eine Orthonormalbasis des Euklidischen Raumes  $\mathbb{R}^2$  mit üblichem Skalarprodukt, der ein zum Vektor  $\begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix}$  paralleler Vektor angehört!

#### Lösung:

Zunächst muss der Vektor  $\begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix}$  normalisiert werden, d.h., es muss ein Vektor gleicher Richtung ermittelt werden, der die Länge 1 hat. Dies erfolgt, indem man den Vektor durch seine eigene Länge dividiert. Man erhält  $\frac{1}{\sqrt{13}} \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix}$ . Anstelle dieses Vektors könnte auch der entgegengesetzt gerichtete Vektor  $\frac{-1}{\sqrt{13}} \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix}$  verwendet werden.

Im  $\mathbb{R}^2$  erhält man einen zu einem gegebenen Vektor orthogonalen Vektor, indem man die Komponenten tauscht und bei einer Komponente das Vorzeichen ändert.

Somit ist z.B.  $\left\{ \frac{1}{\sqrt{13}} \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{13}} \begin{pmatrix} 12 \\ -5 \end{pmatrix} \right\}$  eine Orthonormalbasis des  $\mathbb{R}^2$ .