

Aufgabe 6.34

Beweisen Sie, dass die Vektoren $\vec{a} + \vec{b}$ und $\vec{a} - \vec{b}$ genau dann orthogonal zueinander sind, wenn für ihre Normen $\|\vec{a}\| = \|\vec{b}\|$ gilt!

Lösung:

$$\begin{aligned} 0 = (\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) &= \vec{a} \cdot \vec{a} - \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{b} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{a} - \vec{b} \cdot \vec{b} \iff \|\vec{a}\|^2 = \vec{a} \cdot \vec{a} = \vec{b} \cdot \vec{b} = \|\vec{b}\|^2 \\ &\iff \|\vec{a}\| = \|\vec{b}\| \end{aligned}$$