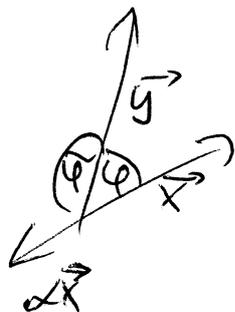


Aufgabe 6.33

Wie ändert sich der Winkel zwischen zwei vom Nullvektor verschiedenen Vektoren, wenn man einen von ihnen mit einer negativen Zahl multipliziert? Argumentieren Sie sowohl geometrisch als auch mit der Berechnung des Winkels über das Skalarprodukt!

Lösung:



Durch die Multiplikation mit einer negativen Zahl ändert sich die Orientierung des Vektors, er zeigt in die entgegengesetzte Richtung. Die beiden Winkel ergänzen sich deshalb zu 180° , so dass $\tilde{\varphi} = \pi - \varphi$ gilt.

$$\begin{aligned}\tilde{\varphi} &= \arccos \frac{(\alpha \vec{x}) \cdot \vec{y}}{\|\alpha \vec{x}\| \|\vec{y}\|} = \arccos \frac{\alpha (\vec{x} \cdot \vec{y})}{|\alpha| \|\vec{x}\| \|\vec{y}\|} = \arccos \left(-\frac{\vec{x} \cdot \vec{y}}{\|\vec{x}\| \|\vec{y}\|} \right) \\ &= \pi - \arccos \frac{\vec{x} \cdot \vec{y}}{\|\vec{x}\| \|\vec{y}\|} = \pi - \varphi,\end{aligned}$$

da der Arkuskosinus punktsymmetrisch gegenüber dem Punkt $(\frac{\pi}{2}, 0)$ ist

