

Aufgabe 5.72

Ermitteln Sie alle sechsten Wurzeln aus der Zahl -4096 in algebraischer und in trigonometrischer Darstellung!

Lösung:

$$-4096 = 4096(\cos \pi + i \sin \pi), \quad \sqrt[6]{4096} = 4$$

6-te Wurzeln aus -4096 :

$$z_1 = 4 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) = 2\sqrt{3} + 2i$$

$$z_2 = 4 \left(\cos \frac{3\pi}{6} + i \sin \frac{3\pi}{6} \right) = 4 \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right) = 4i$$

$$z_3 = 4 \left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right) = -2\sqrt{3} + 2i$$

$$z_4 = 4 \left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6} \right) = -2\sqrt{3} - 2i$$

$$z_5 = 4 \left(\cos \frac{9\pi}{6} + i \sin \frac{9\pi}{6} \right) = 4 \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right) = -4i$$

$$z_6 = 4 \left(\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6} \right) = 2\sqrt{3} - 2i$$

$$\sqrt[6]{-4096} = \pm 4i; \pm 2\sqrt{3} \pm 2i$$