

Aufgabe 5.69

Geben Sie die Polardarstellung der komplexen Zahl $z = -32(1 + \sqrt{3}i)$ an und berechnen Sie die Quadratwurzeln aus dieser Zahl!

Lösung:

$$x+iy = -32-32\sqrt{3}i$$

$$r = |z| = 32\sqrt{1+3} = 64, \quad \varphi = \arctan \frac{y}{x} + \pi = \arctan \sqrt{3} + \pi = \frac{\pi}{3} + \pi = \frac{4\pi}{3}$$

(da III. Quadrant)

$$\underline{\underline{z = 64 \left(\cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3} \right)}}$$

Für Moivresche Formel: $z = 64 \left(\cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3} \right) = 64 \left(\cos \frac{10\pi}{3} + i \sin \frac{10\pi}{3} \right)$

$$\sqrt{z} = 8 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right) = 8 \left(-\frac{1}{2} + i \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) = \underline{\underline{4(-1 + \sqrt{3}i)}}$$

bzw.

$$\sqrt{z} = 8 \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right) = 8 \left(\frac{1}{2} - i \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) = \underline{\underline{4(1 - \sqrt{3}i)}}$$